FORMELSAMMLUNG

GEOMETRIE

by Marcel Laube

Planimetrie

Punkt

- Mit dem geometrischen Punkt wird eine bestimmte Stelle bezeichnet.
- Er ist nicht messbar.
- Er hat keine Ausdehnung, er ist dimensionslos.
- Er wird mit einem Grossbuchstaben bezeichnet.

Linie

- Bewegt sich ein Punkt, so erzeugt er eine Linie.
- Die Linie hat eine Dimension (die Länge)
- Linien werden mit Kleinbuchstaben bezeichnet.

Arten von Linien:

Die Gerade:	Die Gerade ist unbegrenzt Durch zwei verschiedene Punkte führt genau eine Gerade
Der Strahl:	Nimmt man auf einer Gerade einen Punkt an, so entstehen zwei Halbgeraden Geraden, die von einem Punkt aus gehen, heissen Halbgeraden oder Strahlen
Die Strecke:	Liegen auf einer Graden zwei Punkte, so heisst der Abschnitt zwischen ihnen (inklusive der Punte) Strecke. Zwischen zwei Punkten ist die Strecke die kürzeste Verbindung. Strecken können gemessen werden, und man kann mit ihnen rechnen.

Fläche

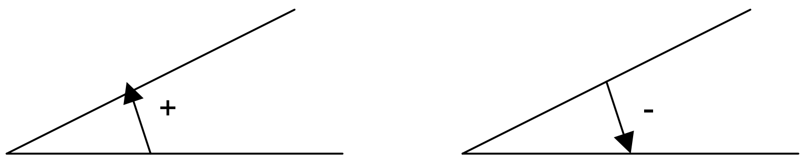
- Bewegt sich eine Linie, so erzeugt sie eine Fläche
- Es gibt krumme und ebene Flächen
- Eine Fläche hat zwei Dimensionen (Länge und Breite)

Körper

- Eine Fläche, die sich bewegt, erzeugt einen Körper.
- Ein Körper hat drei Dimensionen (Länge, Breite und Höhe)

Winkel

- Dreht man einen Strahl um einen festen Punkt, so entsteht ein Winkel.
- Man bezeichnet die Winkel mit griechischen Buchstaben
- Oder mit dem Zeichen $\angle$ und den Punkten auf den Schenkeln. Der Scheitepunkt ist immer in der Mitte (z. Bsp: $\angle CAB$)
- Winkel können auch als Drehung betrachtet werden. Hierbei gilt folgendes:



Arten von Winkeln

- Spitzer Winkel: $90° > \alpha > 0°$
- Rechter Winkel: $\alpha = 90°$
- Stumpfer Winkel: $180° > \alpha > 90°$
- Gestreckter Winkel: $\alpha = 180°$
- Überstumpfer Winkel: $360° > \alpha > 180°$
- Vollwinkel: $\alpha = 360°$

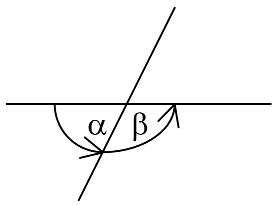
Wenn man Winkel im Gelände misst, so unterscheidet man folgende Arten:

- Erhebungswinkel: Der Erhebungs- oder Höhenwinkel wird von der Waagrechten nach oben gemessen. Der Gegenstand liegt höher als das Auge.

- Neigungswinkel: Der Neigungs-, Senkungs- oder Tiefenwinkel wird von der Waagrechten nach unten gemessen. Der Gegenstand liegt tiefer als das Auge.

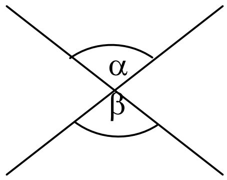
Nebenwinkel

- Haben einen Scheitel und den Scheitelpunkt gemeinsam
- Sie ergeben zusammen immer 180° (Supplementwinkel)



Scheitelwinkel

- Haben nur den Scheitelpunkt gemeinsam
- Sind immer gleich gross



Komplementwinkel

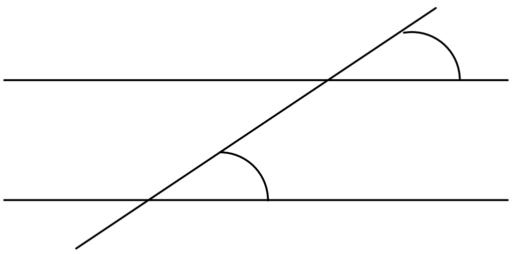
- Sie ergeben zusammen immer 90°

Supplementwinkel

- Sie ergeben zusammen immer 180°

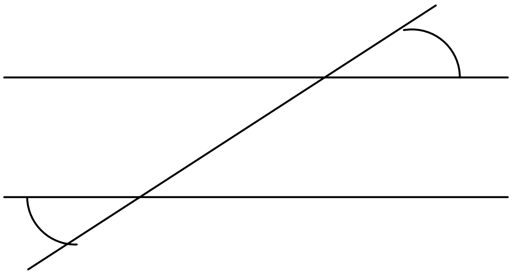
Stufen- oder Gegenwinkel

- Sind immer gleich gross



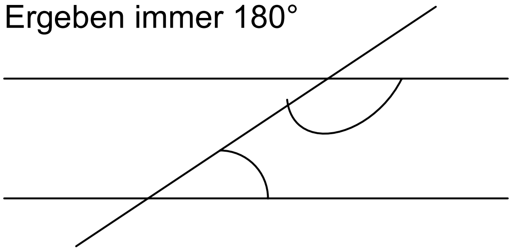
Wechselwinkel

- Sind immer gleich gross



Entgegengesetzte Winkel

- Ergeben immer 180°



Winkelmessung

Altgrad oder sexagesimale Teilung:

- Der Kreis wird in 360 Teile (Grad) geteilt
- 1 Grad hat 60 Minuten
- 1 Minute hat 60 Sekunden

Neue Teilung oder zentesimale Teilung:

- Der Vollwinkel wird in 400 Teile (Gon) geteilt

Das Bogenmass

b = Kreisbogen / Radius

Umrechnen Bogenmass -> Altgrad: $\boxed{\frac{b}{r} = \frac{\pi * \alpha}{180°}}$ -> $\boxed{\alpha = \frac{180° * b}{\pi * r}}$

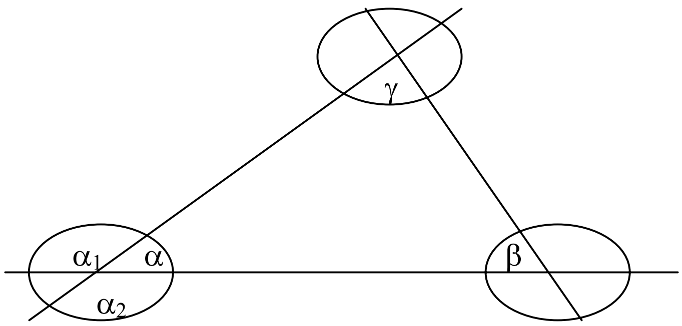
1 rad entspricht etwa 57°17’ 45’’
360° entsprechen 2π [rad]

Symetrie

- Ein Körper ist symetrisch, wenn er über eine Gerade gespiegel in gleicher Form nochmals vorhanden ist.
- Symetrische Körper sind immer auch kongruent; das heisst es sitimmen alle entsprechenden Strecken oder Winkel überein

---

Das Dreieck



- Innenwinkelsatz: Summe der Innenwinkel = 180°
- Aussenwinkelsatz: Summe der Aussenwinkel = 360
- Innen- Aussenwinkelsatz: $\alpha_1 = \beta + \gamma$

  $\beta_1 = \alpha + \gamma$

  $\gamma_1 = \alpha + \beta$

Die vier Dreieckstransversalen

Die Mittelsenkrechten

- Sie stehen senkrecht auf den entsprechenden Seitenmittelpunkten
- Sie bilden den Mittelpunkt (M) des Umkreises

Die Höhen

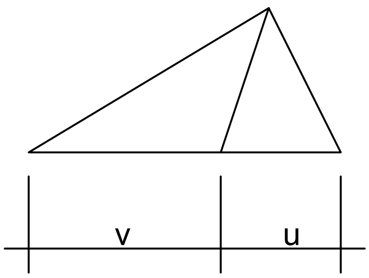
- Sie stehen senkrecht auf den entsprechenden Seiten und gehen durch den gegenüberliegenden Eckpunkt
- Sie schneiden sich im Höhenschnittpunkt (H)
- Die Höhe teilt die Seite in zwei Abschnitte: **linker Abschnitt *q***; **rechter Abschnitt *p***

Die Schwerelinien oder Seitenhalbierenden

- Sie verbinden die Seitenmitte mit den gegenüberliegenden Eckpunkten
- Sie schneiden sich im Schwerpunkt (S)
- Der Schwerpunkt teilt die Schwerelinie im **Verhältnis 2:1**

Die Winkelhalbierenden

- Sie schneiden sich im Inkreismittelpunkt (O)
- Den Radius des Inkreises nennt man ρ
- Die Winkelhalbierende teilt die entsprechende Seite in zwei Abschnitte: **rechter Abschnitt *u***; **linker Abschnitt *v***



$$\boxed{\frac{v}{u} = \frac{b}{a}}$$

Dreiecksfläche

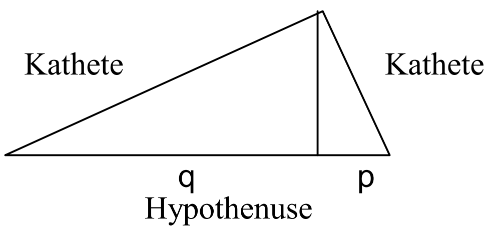
Allgemein: $\boxed{A = \frac{gh}{2}}$

Wenn der Innkreisradius geg. ist: $\boxed{A = \frac{\rho}{2}(a+b+c)}$

Wenn alle Seiten geg. sind: $\boxed{A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$ wobei: $s = \frac{U}{2}$

Berechnungen an speziellen Dreiecken

Berechnungen am rechtwinkligen Dreieck



Hypothenuse: Die längste Seite des Dreiecks. Dem rechten Winkel gegenüberliegend (griech: das Daruntergespannte)

Katheten: Die beiden anderen Dreiecksseiten. (griech: das Lot)

Satz des Pythagoras

- Im rechtwinkligen Dreieck ist die Summe der Kathetenquadrate flächengleich mit dem Hypothenusenquadrat.

$$\boxed{c^2 = a^2 + b^2}$$

Höhensatz

- Im rechtwinkligen Dreieck ist das Quadrat über der Höhe flächengleich dem Rechteck, gebildet aus den beiden Hypothenusenabschnitten.

$$\boxed{h^2 = p * q}$$

Satz des Euklid

Im rechtwinkligen Dreieck ist das Quadrat über einer Kathete flächengleich dem Rechteck, gebildet aus der Hypothenuse und dem anliegenden Hypothenusenabschnitt.

$$\boxed{\begin{aligned} a^2 &= c * p \\ b^2 &= c * q \end{aligned}}$$

Berechnungen am gleichschenkligen Dreieck

- Beim gleichschenkligen Dreieck sind die zwei Basiswinkel gleich gross
- Zwei Seiten (die Schenkel) sind gleich lang
- Die Höhe, die Winkelhalbierende, die Seitenhalbierende und die Mittelsenkrechte bilden zusammen die Symetrieachse

Die Höhe

$$\boxed{h_c = \sqrt{a^2 - \frac{c^2}{4}}}$$

Die Fläche:

$$A = \frac{c}{2}\sqrt{a^2 - \frac{c^2}{4}}$$

Beim rechtwinklig gleichschenkligen Dreieck

Höhe: $\boxed{h_c = \frac{a}{2}\sqrt{2}}$

Seite c: $\boxed{c = a\sqrt{2}}$

Fläche: $\boxed{A = \frac{a^2}{2}}$

Berechnungen am gleichseitigen Dreieck

- Beim gleichseitigen Dreieck sind alle Winkel 60°
- Alle Seiten sind gleich lang
- Die Schnittpunkte von Höhen, Mittelsenkrechten, Seitenhalbierenden und Winkelhalbierenden fallen zusammen
- Dieser Schnittpunkt ist Mittelpunkt des Umkreises und des Inkreises
- Der Mittelpunkt teilt die Höhe im Verhältnis 2:1

Höhe

$$\boxed{h = \frac{a}{2}\sqrt{3}}$$

Fläche

$$\boxed{A = \frac{a^2}{4}\sqrt{3}}$$

Umkreisradius

$$\boxed{r = \frac{a}{3}\sqrt{3}}$$

Inkreisradius

$$\boxed{\rho = \frac{a}{6}\sqrt{3}}$$

Vierecke

- Winkelsumme = 360°
- Jeder Aussenwinkel im Viereck ist der Supplementwinkel zum Innenwinkel
- Aussenwinkelsumme = 360°

Parallelogramm oder Rhomboid

Je zwei Seiten sind parallel
Die Gegenwinkel im Parallelogramm sind gleich gross: $\alpha = \gamma$; $\beta = \delta$
Je zwei benachbarte Winkel sind Supplementwinkel: z.Bsp: $\alpha + \beta = 180°$
Die Diagonalen halbieren sich

Fläche

$$\boxed{A = a * h_a = b * h_b = c * h_c = d * h_d}$$

Das Rechteck

- Das Rechteck ist ein Rhomboid, dessen Innenwinkel 90° sind
- Im Rechteck ist die Seite = Höhe
- Die Diagonalen halbieren sich

Fläche

$$\boxed{A = ab}$$

Diagonalen

$$\boxed{e = f = \sqrt{a^2 + b^2}}$$

Umkreisradius

$$\boxed{r = \frac{e}{2} = \frac{f}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Rombus und Quadrat

- Der Rombus ist ein Parallelogramm mit vier gleichen Seiten
- Das Quadrat ist ein Rechteck mit vier gleichen Seiten

Fläche beim Rombus

$$\boxed{A = \frac{ef}{2} = ah_a}$$

Beim Quadrat:

Fläche

$$\boxed{A = a^2}$$

Diagonalen

$$\boxed{e = a\sqrt{2}}$$

Umkreisradius

$$\boxed{r = \frac{a\sqrt{2}}{2}}$$

Inkreisradius

$$\boxed{\rho = \frac{a}{2}}$$

Das Trapez

- Zwei Seiten sind parallel
- Bei gleichschenkligen Parallelogrammen sind die nicht parallelen Seiten gleich lang
- Die an einem Schenkel liegenden Winkel sind Supplementwinkel

Fläche

$\boxed{A = mh}$ wobei: $m = \frac{a+c}{2}$

Vielecke

Unregelmässiges Vieleck

- Ein unregelmässiges Vieleck nennt man so, wenn mindestens ein Winkel oder eine Seite gegenüber den anderen verschieden ist.

Winkelsumme

$\boxed{\sum \angle = 180°(n-2)}$ wobei: n = Anzahl Ecken

Regelmässige Vielecke

- Alle Innenwinkel sind gleich gross
- Alle Seiten sind gleich lang
- Alle Winkelhalbierenden und Mittelsenkrechten schneiden sich im Mittelpunkt der Figur (=Mittelpunkt des In- und des Umkreises)
- Jede Winkelhalbierende oder Mittelsenkrechte ist auch eine Symetrieachse (ein regelmässiges n-Eck hat n Symetrieachsen)
- Wenn man das n-Eck in Dreiecke aufteilt, so nennt man ein solches Dreieck das **Bestimmungsdreieck**

Aus der Betrachtung des Bestimmungsdreieckes kann man folgendes erkennen:

- Der Umkreisradius *r* ist gleich dem Schenkel des Bestimmungsdreieckes
- Der Inkreisradius ρ ist gleich der Höhe des Bestimmungsdreieckes
- Die Basis des Bestimmungsdreieckes ist gleich der Seite des regelmässigen Vieleckes
- Der Basiswinkel β ist halb so gross wie der Vieleckwinkel α

Winkel

$$\boxed{\alpha = \frac{(n-2)}{n} * 180°}$$

Inkreisradius

$$\boxed{\rho = \frac{1}{2}\sqrt{4r^2 - s_n^{\ 2}}}$$

Fläche

$$\boxed{A_n = s_n * \frac{n}{4} * \sqrt{4r^2 - s_n^{\ 2}}}$$

oder

$$\boxed{A_n = n * \frac{s_n}{2} * \rho = nr^2 * \sin\frac{180}{n} * \cos\frac{180}{n}}$$

Umfang

$$\boxed{U_n = n * s_n = 2nr * \sin\frac{180}{n}}$$

Seitenlänge

$$\boxed{s_n = 2r * \sin\frac{\gamma}{2}}$$ wobei: $\gamma = 180 - \alpha$

Der Kreis

- Alle Punkte, die in einer Ebene von einem gegebenen festen Punkt gleichen Abstand haben, liegen auf einem Kreis.

Kreiseigenschaften:

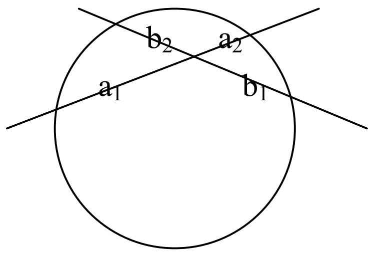
- Der Kreis ist durch 3 Punkte bestimmbar
- Peripheriewinkel über den gleichen Bogen sind gleich gross
- Ein Zentriwinkel ist doppelt so gross wie der dazugehörige Peripheriewinkel
- Ist der Zentriwinkel genau 180°; der Peripheriewinkel dementsprechen 90°, so nennt man den Kreis **Thaleskreis**
- Der Sehnentangentenwinkel ist gleich gross wie der Peripheriewinkel über der Sehne
- Sehnen mit gleicher Länge haben den gleichen Abstand zum Mittelpunkt
- Der Radius zum Tangentenberührungspunkt steht senkrecht auf der Tangente
- Innere (äussere) Tangenten sind Tangenten zweier Kreise. Die Tangentenabschnitte sind gleich lang
- Die Punkte aller Kreise, die zwei Punkte gemeinsam haben liegen auf einer Geraden
- In einem Tangentenviereck ist die Summe zweier gegenüberliegender Seiten gleich gross

Streckenverhältnisse

Sehnensatz

Schneiden sich zwei Sehnen innerhalb Eines Kreises, so ist das Produkt ihrer Abschnitte konstant.

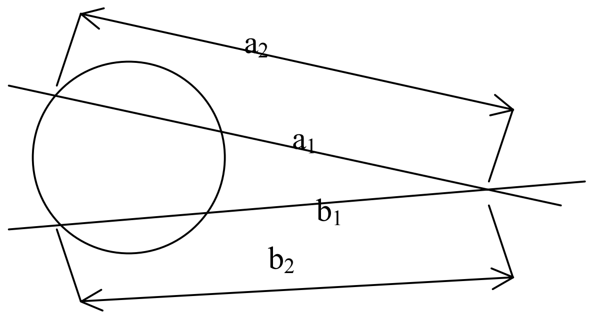
$a_1 * a_2 = b_1 * b_2$



Sekantensatz

Schneiden sich zwei Sekanten ausserhalb des Kreises, so ist das Produkt der entsprechenden Sekantenabschnitte gleich.

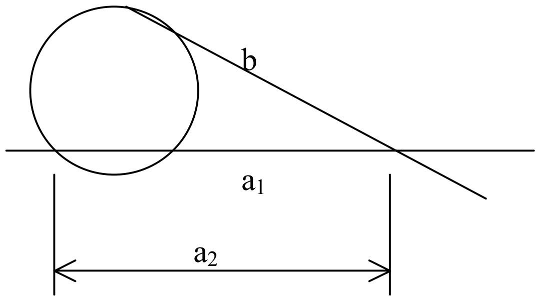
$a_1 * a_2 = b_1 * b_2$



Tangentensatz

Schneiden sich eine Sekante und eine Tangente, so ist das Produkt der Sekantenabschnitte gleich dem Quadrat der Tangentenlänge.

$a_1 * a_2 = b^2$



Berechnungen am Kreis

Umfang

$$\boxed{U = d * \pi = 2 * \pi * r}$$

Fläche

$$\boxed{A = r^2 * \pi = \frac{d^2 \pi}{4}}$$

Kreisteile

Fläche eines Kreissektors

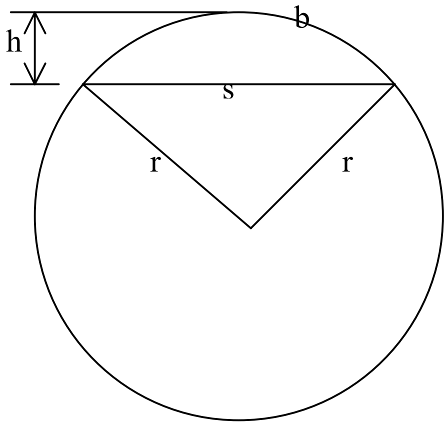
$$\boxed{A_s = \frac{d^2 \pi}{4} * \frac{\alpha}{360}}$$

oder

$$\boxed{A_s = \frac{d * b}{4} = \frac{r * b}{2} = \frac{r^2 * arc\alpha}{2}}$$

Sehne eines Kreissegmentes

$$\boxed{s = 2\sqrt{h(2r - h)}}$$



Höhe eines Kreissegmentes

$$\boxed{h = r - \frac{1}{2}\sqrt{4r^2 - s^2}}$$

Fläche eines Kreissegmentes

$$\boxed{A_{Seg} = \frac{1}{2}(br - s(r - h))}$$ oder $$\boxed{A_{Seg} = \frac{r^2}{2}\left(\frac{\pi\alpha}{180°} - \sin\alpha\right)}$$

Streckenverhältnisse

- Genauso wie Zahlen könne auch **Strecken miteinander verglichen** werden. Kann man **auf zwei Strecken ein gleiches Mass *n* abtragen**, so sagt man die Strecken sind **massverwandt**. Das **geometrische Verhältnis (Quotient)** ist **das Verhältnis ihrer Masszahlen**.

Beispiel

$$\frac{a}{b} = \frac{8cm}{3cm} = \frac{8}{3} = 8:3$$

- Haben **zwei Streckenpaare gleiche Verhältniswerte**, so bilden ihre vier Masszahlen eine **Verhältnisgleichung**, d.h. eine **Proportion**.

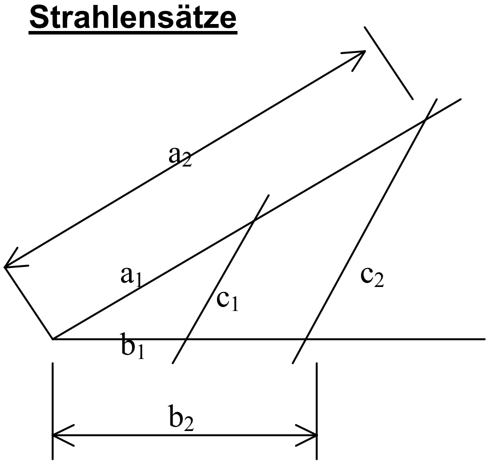
Beispiel

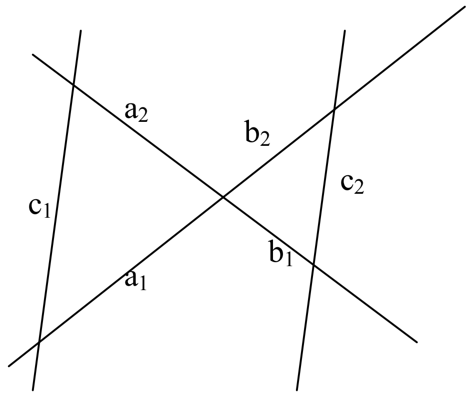
$$\frac{6}{4} = \frac{4{,}5}{3}$$

Allgemein: $\boxed{\frac{a}{b} = \frac{c}{d}}$

- Eine von den vier Strecken bestimmen heisst, die **vierte Proportion** bestimmen.

Strahlensätze





1. Strahlensatz

Werden die Strahlen eines Strahlenpaares von Parallelen geschnitten, so sind entsprechende Abschnitte der Strahlen verhältnisgleich.

$$\boxed{\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}}$$

2. Strahlensatz

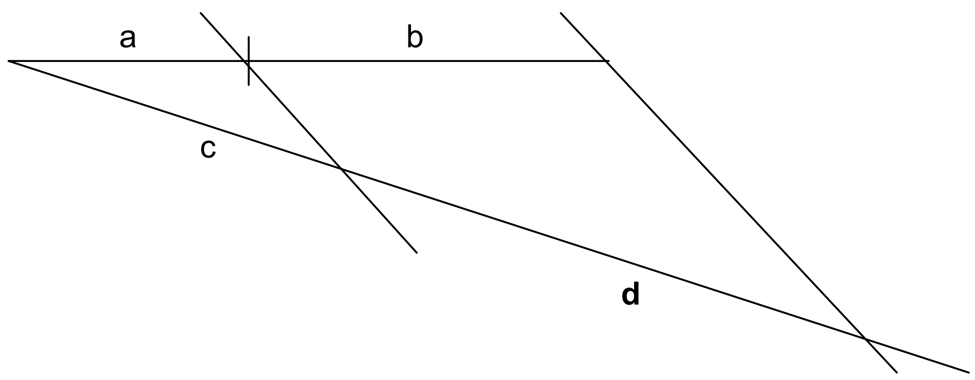
Werden die Strahlen eines Strahlenpaares von Parallelen geschnitten, so verhalten sich die Abschnitte der Parallelen wie die vom Scheitelpunkt ausgehenden Abschnitte eines Strahles.

$$\boxed{\frac{c_1}{c_2} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}}$$

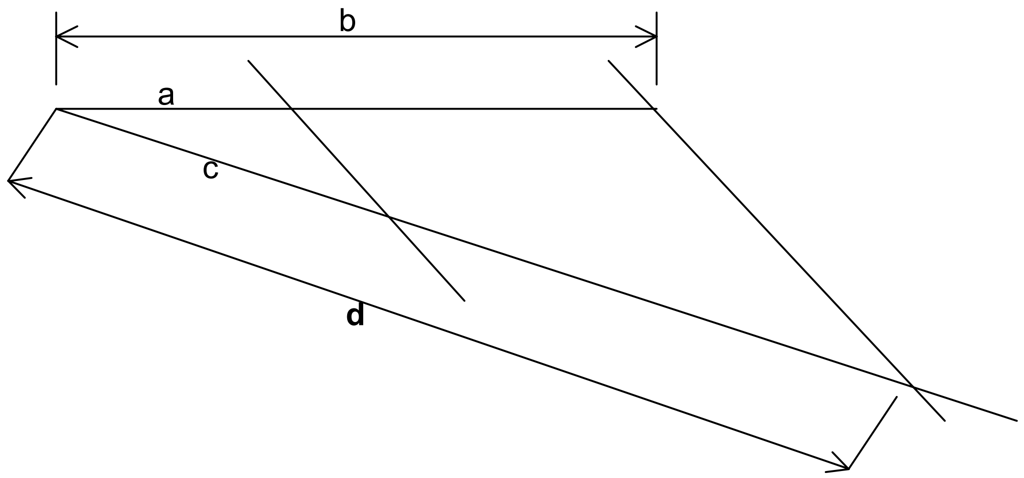
Das zeichnerische Lösen von Proportionsgleichungen

Grundkonstruktion 1

Zeichne zu den drei gegebenen Strecken *a*, *b*, und *c* die vierte Proportionale:

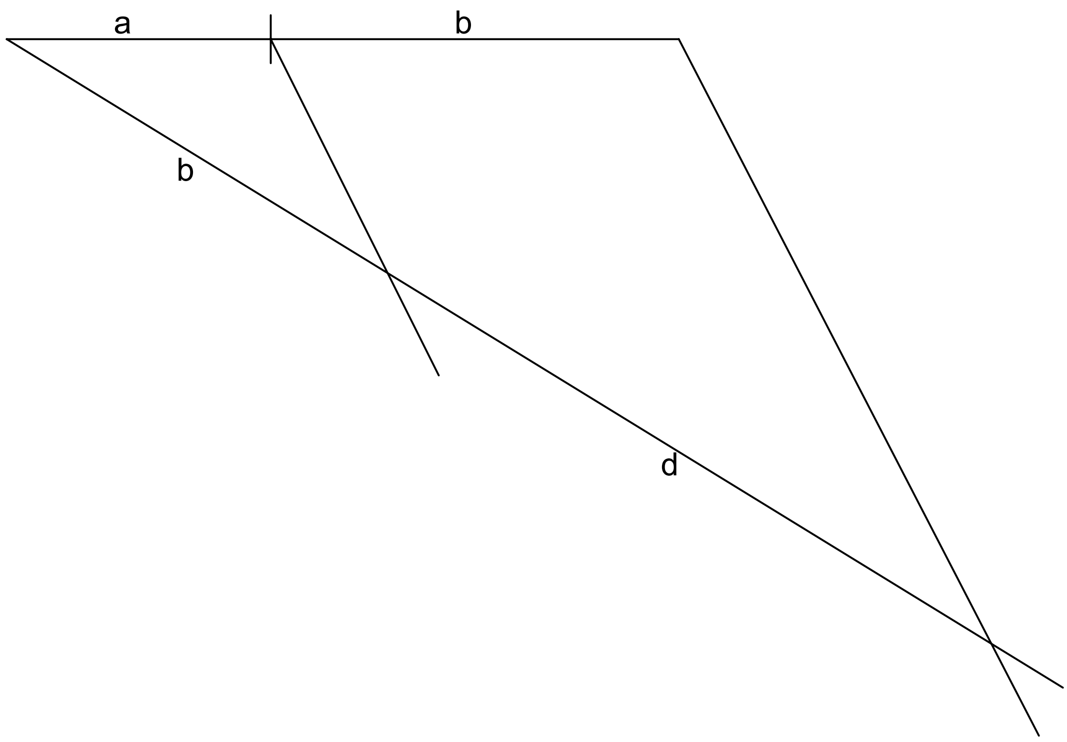


oder



Grundkonstruktion 2

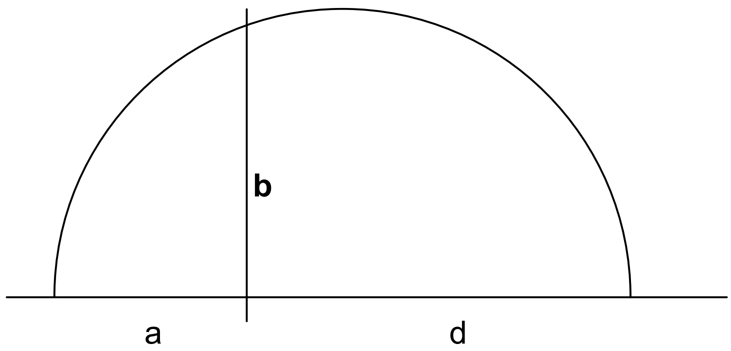
Zeichne zu zwei gegebenen Strecken *a* und *b*, wobei *b* die mittlere Proportionale sei, die dritte Proportionale *d*:



Grundkonstruktion 3

Zeichne zu zwei gegebenen Strecken *a* und *d* die mittlere Proportionale *b*:

Die Verhältnisgleichung lautet: $\frac{a}{b} = \frac{b}{d} \Rightarrow b^2 = ad$



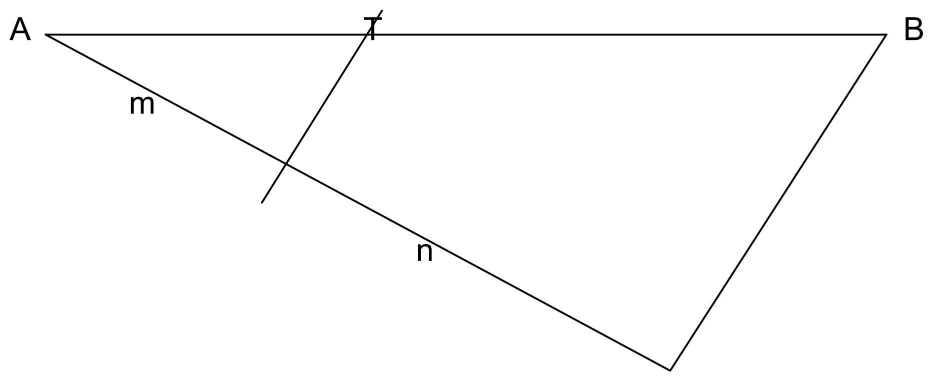
Dieses Beispiel wird als mit des Höhensatzes gelöst.

Streckenteilung

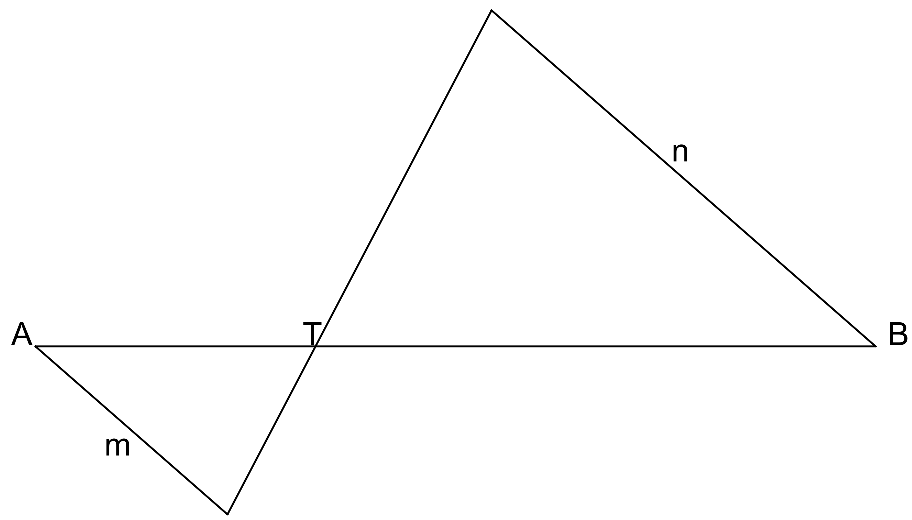
Innere Teilung

Eine Strecke AB soll innen im Verhältnis *m:n* geteilt werden.

1. Möglichkeit: (mit Hilfe des 1. Strahlensatzes)

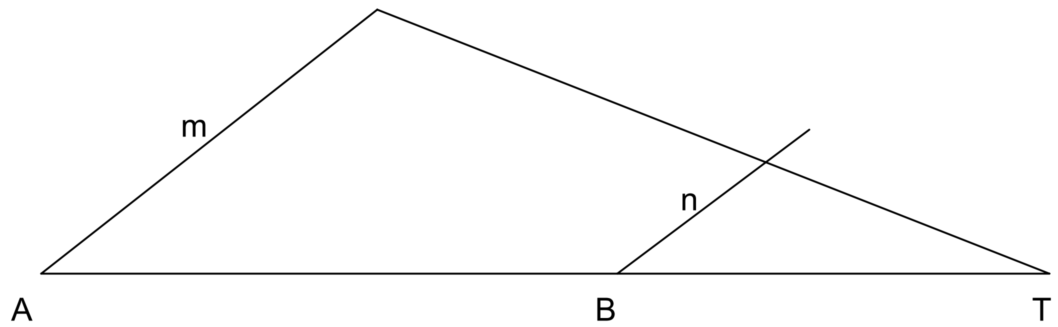


2. Möglichkeit: (mit Hilfe des 2. Strahlensatzes)



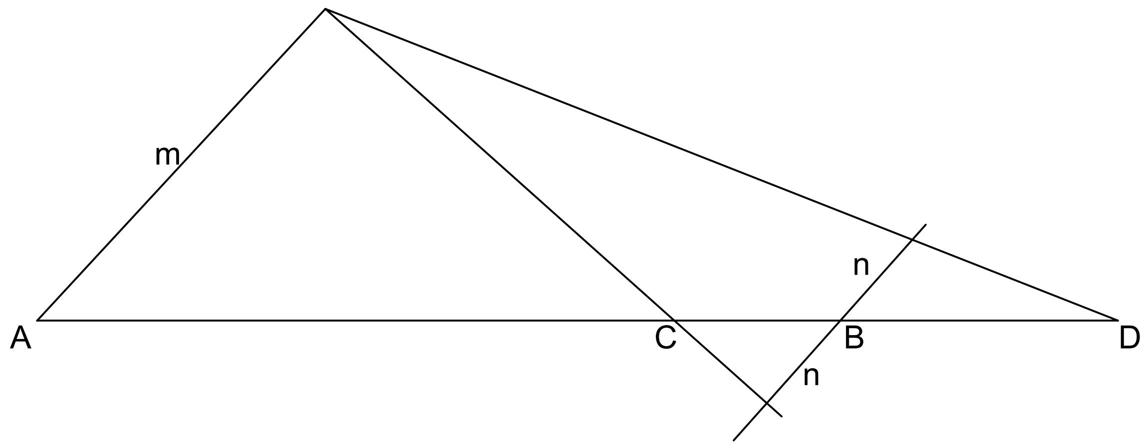
Äussere Teilung

Eine Strecke AB soll aussen im Verhältnis *m:n* geteilt werden.



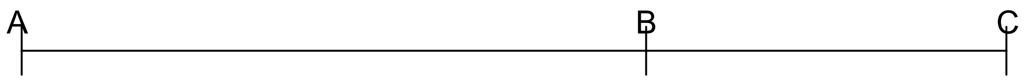
Harmonische Teilung

Wird eine Strecke AB **innen und aussen im gleichen Verhältnis** geteilt, so sagt man, sie sei harmonische geteilt. Die Punkte A, B, C und D heissen **harmonische Punkte**.

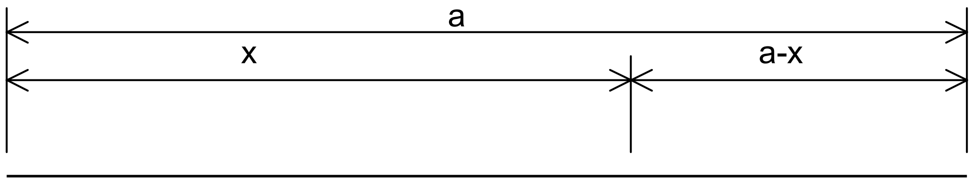


Goldener Schnitt (oder stetige Teilung)

Eine Strecke AB ist stetig geteilt, wenn der längere Abschnitt die mittlere Proportionale zwischen der ganzen Strecke und dem kürzeren Abschnitt ist:

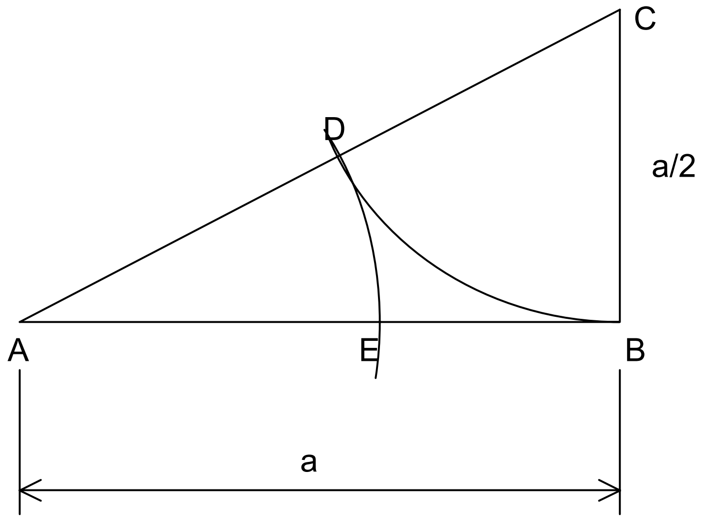


$$\overline{AC} : \overline{AB} = \overline{AB} : \overline{BC}$$



$$\boxed{x=\frac{a}{2}\left(\sqrt{5}-1\right)\approx 0{,}618a}$$

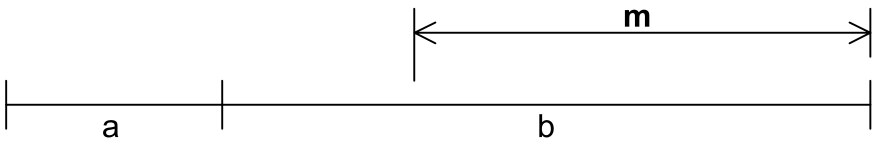
Grundkonstruktion des Goldenen Schnittes



$$\boxed{\overline{AE}=\frac{a}{2}\left(\sqrt{5}-1\right)\approx 0.618a}$$

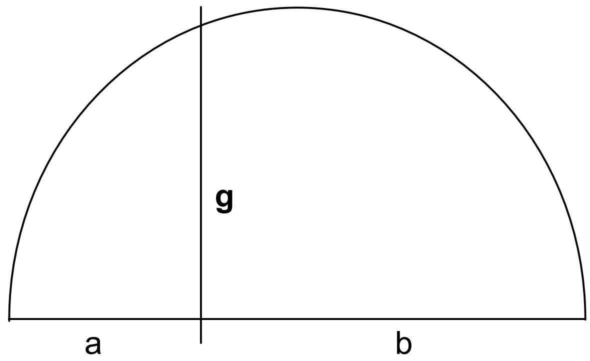
Mittelwerte

Arithmetisches Mittel



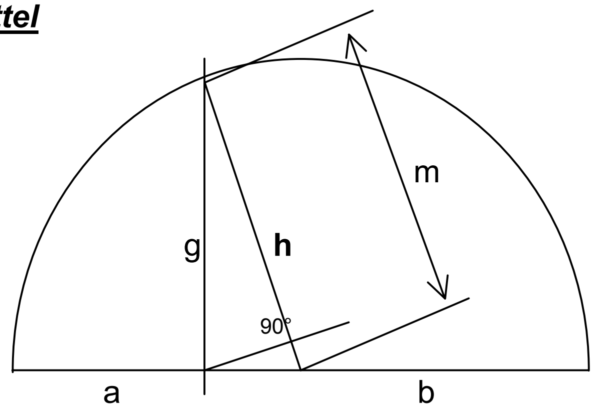
$$\boxed{m=\frac{a+b}{2}}$$

Geometrisches Mittel



$$\boxed{g = \sqrt{ab}}$$

Harmonisches Mittel



$$\boxed{h = \frac{2ab}{a+b}}$$

Ähnlichkeit

Kongruent (=deckungsgleich) Zwei Figuren sind kongruent, wenn sie **in Form und Grösse übereinstimmen**. Das Zeichen ist $\cong$

Ähnlich Zwei Figuren sind ähnlich, wenn sie **in der Form übereinstimmen**. Sie können aber **verschiedene Grössen** haben. Das Zeichen ist $\approx$

Kongruenzsätze bei Dreiecken

1. Kongruenzsatz:	Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie in drei Seiten übereinstimmen (**SSS**).
2. Kongruenzsatz:	Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie in zwei Seiten und dem von ihnen eingeschlossenen Winkel übereinstimmen (**SWS**).
3. Kongruenzsatz:	Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie in zwei Seiten und dem der grösseren Seite gegenüberliegenden Winkel übereinstimmen (**SSW**).
4. Kongruenzsatz:	Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie in einer Seite und zwei Winkeln übereinstimmen (**WSW**, **SWW**, **WWS**).

Ähnlichkeitssätze der Dreiecke

1. Ähnlichkeitssatz:	Dreiecke sind ähnlich, wenn sie im Verhältnis der drei Seiten übereinstimmen.
2. Ähnlichkeitssatz:	Dreiecke sind ähnlich, wenn sie im Verhältnis zweier Seiten und dem ihnen eingeschlossenen Winkel übereinstimmen.
3. Ähnlichkeitssatz:	Dreiecke sind ähnlich, wenn sie im Verhältnis zweier Seiten und dem der grösseren Seite gegenüberliegenden Winkel übereinstimmen.
4. Ähnlichkeitssatz:	Dreiecke sind ähnlich, wenn sie in zwei Winkeln übereinstimmen.

Bei ähnlichen Dreiecken gilt:

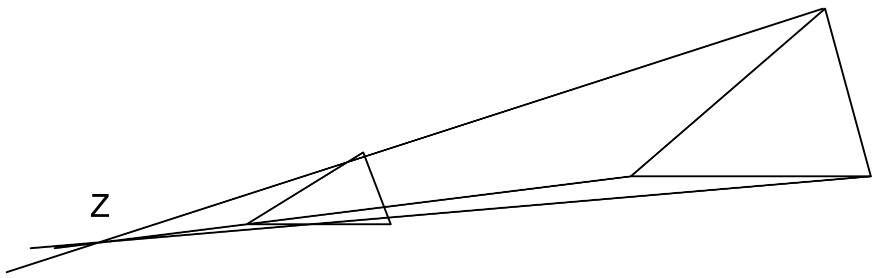
$$\boxed{\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \frac{c'}{c} = \frac{h_c'}{h_c} = \frac{s_c'}{s_c} = \frac{w_\gamma'}{w_\gamma} = K}$$

$$\boxed{\frac{U'}{U} = K}$$

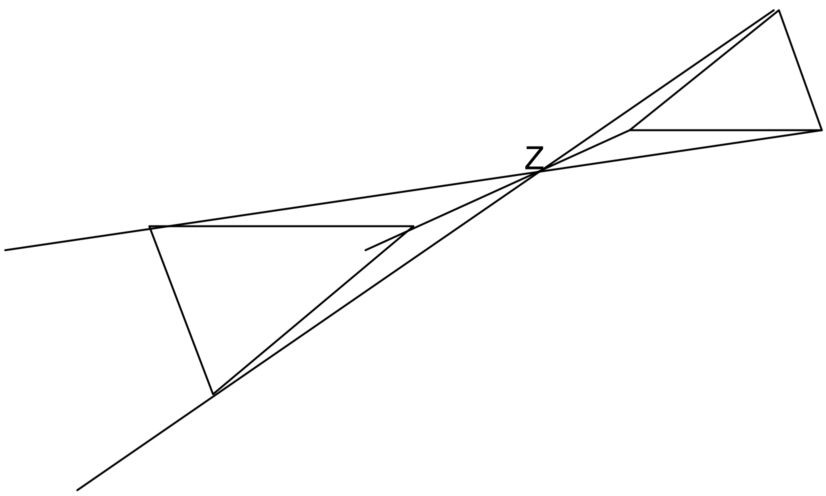
$$\boxed{\frac{A'}{A} = K}$$

Wenn man die Punkte von 2 ähnlichen Figuren mit geraden verbindet, so schneiden sich diese Geraden in einem Punkt. Dieser Punkt *Z* ist das **Ähnlichkeitszenrum**.

<u>Wenn *K* **positiv** ist:</u>



<u>Wenn *K* **negativ** ist:</u>



Trigonometrie

- Die Trigonometrie hat die Aufgabe, die Beziehungen zwischen Seiten und Winkeln im ebenen Dreieck herzustellen. (bei rechtwinkligen Dreiecken)

Die Winkelfunktionen

Sinusfunktion

$$\boxed{\sin\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypothenuse}}}$$

Kosinusfunktion

$$\boxed{\cos\alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypothenuse}}}$$

Tangensfunktion

$$\boxed{\tan\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}}$$

Kotangensfunktion

$$\boxed{\cot\alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}}$$

Steigung

$$\boxed{m = \tan\alpha}$$

z.B: Eine Steigung von 8,5%

=> m = tanα = 8,5/100 = 0.085 ; $\underline{\underline{\alpha = 4{,}86°}}$ (im Rechner $\tan^{-1}$0.085 eingeben)

Beziehungen zwischen den Winkelfunktionen

$\boxed{\cos\alpha = \sin(90° - \alpha)}$ $\boxed{\sin\alpha = \cos(90° - \alpha)}$

$\boxed{\tan\alpha = \cot(90° - \alpha)}$ $\boxed{\cot\alpha = \tan(90° - \alpha)}$

$\boxed{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1}$ *(trigonometrischer Pythagoras)*

$\boxed{\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}$ $\boxed{\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}$

$\boxed{\tan\alpha = \frac{1}{\cot\alpha}}$ $\boxed{\cot\alpha = \frac{1}{\tan\alpha}}$

Umrechnungstabelle der Winkelfunktionen

gegeben / gesucht	sinα		tanα	cotα
	---	$\sqrt{1-\cos^2\alpha}$	$\frac{\tan\alpha}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}}$	$\frac{1}{\sqrt{1+\cot^2\alpha}}$
cosα	$\sqrt{1-\sin^2\alpha}$	---		$\frac{\cot\alpha}{\sqrt{1+\cot^2\alpha}}$
tanα	$\frac{\sin\alpha}{\sqrt{1-\sin^2\alpha}}$	$\frac{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}{\cos\alpha}$	---	$\frac{1}{\cot\alpha}$
cotα	$\frac{\sqrt{1-\sin^2\alpha}}{\sin\alpha}$	$\frac{\cos\alpha}{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}$	$\frac{1}{\tan\alpha}$	---

Spezielle Werte von Winkelfunktionen

	0°	30°	45°	60°	90°
sinα	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
cosα	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$	0
tanα	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\pm\infty$
cotα	$\pm\infty$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0

Trigonometrische Funktionen beliebiger Winkel

Berechnungen des schiefwinkligen Dreiecks

Der Sinussatz

- Zwei Seiten eines (beliebigen) Dreiecks verhalten sich wie die Sinuswerte ihrer Gegenwinkel.

$$\boxed{\frac{a}{c}=\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}} \qquad \boxed{\frac{a}{b}=\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}}$$

oder als fortlaufende Proportion:

$$\boxed{a:b:c=\sin\alpha:\sin\beta:\sin\gamma}$$

Der Sinussatz findet Anwendung, wenn:
- Eine Seite und zwei Winkel gegeben sind
- Zwei Seiten und ein Gegenwinkel gegeben sind

Der Kosinussatz

- Das Quadrat einer Dreiecksseite ist gleich der Summe der Quadrate der beiden anderen Seiten, vermindert um das doppelte Produkt aus diesen Seiten und dem Kosinus ihres Zwischenwinkels.

$$\boxed{a^2=b^2+c^2-2bc\cos\alpha}$$
$$\boxed{b^2=a^2+c^2-2ac\cos\beta}$$
$$\boxed{c^2=a^2+b^2-2ab\cos\gamma}$$

Der Kosinussatz findet Anwendung, wenn:
- Zwei Seiten und ihr Zwischenwinkel gegeben sind (Berechnung der 3. Seite)
- Die drei Seiten gegeben sind (Berechnung eines Winkels)

Stereometrie

Zylinderartige Körper

- Zylinderartige Körper haben eine Deckfläche, die Parallel und kongruent zur Grundfläche sind.